

REFLEXÕES PARA O ENSINO DA ARITMÉTICA NOS ANOS INICIAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA: O PENSAMENTO LÓGICO-MATEMÁTICO E O DESENVOLVIMENTO DA ABSTRAÇÃO

Valessa Leal Lessa de Sá Pinto¹

Abel Rodolfo Garcia Lozano²

Ângelo Santos Siqueira³

Adriano Vargas Freitas⁴

RESUMO: O presente artigo é definido a partir do referencial teórico de uma dissertação que trata de indagações sobre as dificuldades enfrentadas por muitos alunos nas aulas de Matemática, nos primeiros anos do Ensino Fundamental, e como os professores se preparam para lidar com esta situação. Aqui, tratamos de considerações sobre a construção do pensamento lógico-matemático, o desenvolvimento da abstração e como a compreensão destes conceitos favorece o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Esses pressupostos contribuíram para a análise do estudo de caso proposto na pesquisa e para as reflexões sobre a importância desses saberes para o professor dos anos iniciais e os benefícios para o trabalho em sala de aula.

Palavras-chave: Educação Básica; ensino da aritmética; abstração matemática.

Reflections on the teaching of arithmetic in early years of basic education: the logical thinking-mathematical and development of abstraction

ABSTRACT: This article is defined from the theoretical reference of a dissertation which deals with inquiries about the difficulties faced by many students in the classes of Mathematics in the early years of elementary school, and how teachers prepare to deal with

¹ Mestre em Ensino das Ciências pela UNIGRANRIO. Professora da Escola de Ciências, Educação, Letras, Artes e Humanidades da UNIGRANRIO, Rio de Janeiro, Brasil. *E-mail:* valessaleal@bol.com.br.

² Doutor em Engenharia de Produção pela COPPE/UFRJ. Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO e Professor da Faculdade de Formação de Professores da UERJ, Rio de Janeiro, Brasil. *E-mail:* arglozano@terra.com.br.

³ Doutor em Engenharia de Produção pela COPPE/UFRJ. Professor da Escola de Ciências, Educação, Letras, Artes e Humanidades da UNIGRANRIO, Rio de Janeiro, Brasil. *E-mail:* asiqueira@unigranrio.com.br.

⁴ Doutor em Educação Matemática pela PUC-SP. Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO e Professor da Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil. *E-mail:* adrivargas@uol.com.br.

this situation. Here, we focus on considerations for construction of the logical-mathematical thinking, the development of abstraction and how the understanding of those concepts promotes the teaching and learning of mathematics. Those assumptions contributed to case analysis study proposed in the research and for the reflections on the importance of such knowledge for the first years teachers and benefits for working in the classroom.

Keywords: Basic Education; teaching of Arithmetic; mathematical abstraction.

1. INTRODUÇÃO

Dentre tantos fatores relacionados ao ensino da Matemática, este artigo trata dos conhecimentos necessários ao professor de Matemática e as implicações desses saberes no processo de ensino-aprendizagem. Tais aspectos serviram de base para um estudo de caso, realizado no ano de 2009, que tratou do conhecimento matemático de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O local escolhido foi um colégio particular localizado na Baixada Fluminense, estado do Rio de Janeiro. Essa escola foi selecionada por possuir um número significativo de professores que constituíam o grupo de interesse da investigação. Além disso, esses profissionais fizeram o Curso de Formação de Professores na mesma instituição em que trabalhavam, e este aspecto também foi importante para a pesquisa.

A coleta de dados foi feita através dos seguintes instrumentos: questionário, entrevistas, encontros com os professores, observação de momentos de formação continuada e verificação de planos de curso. A verificação dos planos de Matemática do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental auxiliou de forma expressiva a análise das informações obtidas nos questionários e nos encontros com as professoras.

A investigação abordou tópicos importantes sobre o ensino da Aritmética, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e o ponto de partida deste trabalho baseou-se na ideia de que um profissional capacitado tem maior clareza de suas concepções em relação à Matemática. Tais compreensões interferem na abordagem dos conteúdos, nas estratégias pedagógicas, na elaboração de objetivos e nas formas de avaliação.

A Aritmética é a parte da Matemática que engloba a ideia de número, suas relações e o estudo das quatro operações fundamentais. Observa-se, já na

construção dos conceitos do sistema de numeração decimal, que não há preocupação com a fundamentação teórica e nem com a compreensão das crianças em relação ao assunto. É possível encontrar um exemplo para esta afirmação na pesquisa de Pinto (2010), através da verificação dos planos de curso de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Na análise do material, constatou-se, no planejamento do 1º ano, que a ideia de número é desenvolvida a partir do estudo de conjuntos, as operações de adição e subtração são trabalhadas sem a abordagem das propriedades e os conceitos do sistema de numeração decimal como valor posicional e agrupamentos não são contemplados. No planejamento do 2º ano, são apresentados alguns conceitos do sistema de numeração decimal, como ordens, composição e decomposição, e as operações de multiplicação e divisão com números naturais, mas sem as propriedades. No plano do 3º ano são apresentados os termos das operações e a prova real. No planejamento do 4º ano há a abordagem do valor absoluto e do valor relativo, e o estudo dos algoritmos da multiplicação e divisão por três algarismos. O planejamento do 5º ano trata da história do sistema de numeração decimal, enfatiza o conceito de ordens e classes e revisa os algoritmos com números naturais. De maneira geral, os planos não contemplaram de forma significativa os conceitos do sistema de numeração decimal e das quatro operações fundamentais, pois vários tópicos importantes não aparecem no planejamento.

O sistema de numeração decimal é composto de definições e propriedades para representar quantidades e é caracterizado por um conjunto de relações quantitativas como a formação de agrupamentos e reagrupamentos em base dez, O método de representação posicional pode ser correlacionado com os princípios aditivo e multiplicativo e atribuição ao zero como mantenedor de posição. Os conceitos desta cadeia de relações devem ser trabalhados de tal forma que a conexão estabelecida possa ser uma base sólida para outras relações mais complexas.

O assunto subsequente ao sistema de numeração decimal são as operações fundamentais da adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais. Segundo Paterlini (2002), as definições dessas operações podem utilizar parâmetros de simplicidade e clareza numa sala de aula do Ensino Fundamental. O autor sugere

que se deve pôr atenção nas ideias e na linguagem com que elas são comunicadas, sem preocupação maior em inserir as definições em uma estrutura axiomática. No entanto, esta sugestão não exclui a apresentação das definições de forma adequada e o ensino das propriedades.

O ensino dos conceitos aritméticos nos anos iniciais da Educação Básica deve promover o desenvolvimento adequado do pensamento lógico-matemático. Para isto, é necessário construir uma base sólida de conhecimentos sobre o sistema de numeração decimal e as quatro operações fundamentais. Este referencial precisa ser estabelecido a partir de definições e propriedades corretas e apresentado aos alunos através de estratégias coerentes.

2. CONSIDERAÇÕES RELEVANTES PARA O ENSINO DA ARITMÉTICA NOS ANOS INICIAIS

O ensino da Aritmética pode ser definido a partir de diferentes concepções e práticas. Este estudo se baseia na teoria construtivista,⁵ que valoriza, entre outros aspectos, os níveis de desenvolvimento do pensamento lógico-matemático da criança. As perspectivas citadas são orientações importantes para o professor dos anos iniciais, pois determinam uma direção para o ensino dos conceitos. Segundo Kamii (1997):

É essencial que os educadores compreendam a verdadeira natureza do conhecimento lógico-matemático, porque aqueles que acreditam que esse conhecimento é constituído por fatos apresentarão às crianças fatos ou facilitarão para elas a observação de fatos em vez de se preocuparem com o raciocínio. (KAMII, 1997, p. 8)

Neste comentário, Kamii (1997) destaca a preocupação com o conhecimento lógico-matemático que é desenvolvido a partir de situações favoráveis criadas pelo professor em sala de aula. Para a criação destes momentos é necessário um

⁵ Os estudos sobre a Teoria Construtivista têm como base as pesquisas do suíço Jean Piaget (1896-1980), um biólogo com preocupações essencialmente referentes à Teoria do Conhecimento.

profundo conhecimento dos conceitos a serem ensinados e de outros aspectos tratados a seguir.

Uma consideração interessante para a prática docente nos anos iniciais é a atenção aos *obstáculos* da aprendizagem dos conceitos. Uma explicação sobre conceito é dada por Giordan (1987) *apud* D'Amore (2007):

Cada conceito, mesmo simples na aparência, encontra-se circundado por um entorno flutuante e complexo de representações associadas que comportam múltiplos níveis de formulação e níveis de integração do conceito. (Giordan *apud* D'AMORE, 2007, p. 210)

Em relação aos obstáculos, D'Amore (2007) diz que são propostos pela primeira vez por Guy Brousseau⁶ em 1976 e afirma que:

Um obstáculo é uma ideia que, no momento da formação do conceito, foi eficaz para enfrentar os problemas anteriores, mas que se revela um fracasso quando se tenta aplicá-la a um novo problema. Dado o êxito obtido (aliás, com maior razão, por causa disso) tende-se a conservar a ideia já adquirida e comprovada e, apesar do fracasso, busca-se salvá-la; mas esse fato acaba sendo uma barreira para aprendizagens sucessivas. (D'AMORE, 2007, p. 211)

Este conhecimento influencia nas considerações sobre o ensino da Aritmética, pois, através de sua compreensão, tais *obstáculos* podem ser superados. O trabalho de superação é desenvolvido pela criação de estratégias adequadas para fornecer aos alunos, demonstrações da necessidade de alterar suas concepções. Brousseau (1976) *apud* D'Amore (2007) fornece algumas características dos obstáculos, sendo uma delas que é preciso sempre ter presente que um obstáculo não é uma falta de conhecimento, mas é um conhecimento. Este autor distingue obstáculos de três tipos: de natureza ontogenética (ligado ao aluno e a sua maturidade sob vários pontos de vista); de natureza didática (escolha estratégica do docente); de natureza epistemológica (à própria natureza do assunto).

⁶ A inspiração filosófica dessa ideia pode certamente remeter a Bachelard (2007).

É interessante que o professor tenha conhecimento de todos os tipos de obstáculos e desenvolva suas estratégias de ensino considerando todos eles.

Outro aspecto a ser analisado é o papel do erro na aprendizagem da Aritmética. Segundo Bachelard (2007), ele pode estar articulado aos obstáculos epistemológicos e não se tratar somente de erros de origem desconhecida, imprevisível. D'Amore (2007), de acordo com Bachelard (1938), explica que:

O erro não é necessariamente fruto da ignorância, mas poderia ser o resultado de um conhecimento anterior que teve sucessos e que não *resiste* diante de fatos mais contingentes ou mais gerais. (D'AMORE, 2007, p. 217)

Outro conceito que deve ser compreendido pelos professores para o ensino da Matemática nos anos iniciais é a transposição didática. De acordo com Chevallard (1985) *apud* D'Amore (2007), transposição didática refere-se à adaptação do conhecimento matemático (que surge do estudo) para transformá-lo em conhecimento para ser ensinado (aquele da prática em sala de aula). Então, do ponto de vista do professor, a transposição didática significa construir suas aulas retirando elementos do seu saber (universitário, social etc.) e adaptando-os ao ambiente único de cada classe. Em resumo, o saber ensinar é resultado de um filtro da escolha epistemológica do professor, e o conhecimento dos conceitos relevantes para o ensino da Matemática permite uma interferência que impeça, dentro do possível, a formação de conceitos errados e possibilita ao professor analisar suas próprias compreensões no que se refere à Matemática.

A compreensão dos aspectos envolvidos no processo de construção do pensamento lógico-matemático permite ao professor auxiliar a aprendizagem das crianças. Especialmente nos primeiros anos de estudo, esse pensamento é caracterizado por níveis de amadurecimento diferentes, interferindo na aquisição dos conhecimentos. Na perspectiva de Jean Piaget há quatro estágios de evolução mental da criança: sensório-motor (0-2 anos), pré-operatório (2-7 anos), operatório concreto (7-11 anos) e operatório formal (11-15 anos). Em cada estágio, o comportamento e o pensamento infantil são caracterizados por maneiras específicas de conhecimento e raciocínio.

De acordo com Kamii (1997), %o sistema de relações numéricas leva muitos anos para ser construído e a criança que possui o conceito de número até 10 ou 15 pode não tê-lo para 50, 100 ou mais+. Consciente deste processo e do universo de conhecimentos com o qual trabalha, o professor poderá ajudar o aluno a percorrer o caminho da abstração de forma adequada, contribuindo para a compreensão dos conceitos ensinados. Poderá ainda dar condições para que a criança encontre novas possibilidades através do seu próprio pensar. Segundo Bello (1995), convém esclarecer que as teorias de Piaget têm comprovação em bases científicas, ou seja, ele não somente descreveu o processo de desenvolvimento da inteligência, mas experimentalmente comprovou suas teses. Uma das ideias centrais de sua teoria é a de que é importante definir as etapas do desenvolvimento da inteligência porque, em cada uma, o indivíduo adquire novos conhecimentos ou estratégias de entendimento da realidade. Bello (1995) explica que:

A obra de Jean Piaget não oferece aos educadores uma didática específica sobre como desenvolver a inteligência do aluno ou da criança. Piaget nos mostra que cada fase de desenvolvimento apresenta características e possibilidades de crescimento da maturação ou de aquisições. O conhecimento destas possibilidades faz com que os professores possam oferecer estímulos adequados a um maior desenvolvimento do indivíduo. (BELLO, 1995, p. 1)

A concepção do professor de como ensinar Aritmética depende de seu entendimento a respeito de como as crianças aprendem. Piaget (1950/67/71) *apud* Kamii (1995) estabeleceu três tipos de conhecimento: físico, social e lógico-matemático. A diferença entre eles está na origem e nos modos de estruturação.

O conhecimento físico é um conhecimento empírico que tem origem nos objetos do mundo externo. A cor, por exemplo, é uma propriedade física do objeto conhecida por meio da observação. O conhecimento social é adquirido no convívio com as pessoas. Suas fontes são as convenções que determinamos em sociedade. Já o conhecimento lógico-matemático consiste em relações criadas individualmente. Ao contrário do conhecimento físico, sua origem está na mente de cada um. De acordo com Kamii (1995), as crianças elaboram esse conhecimento à medida que constroem relações mais complexas sobre outras mais simples que elas mesmas

criaram. Por exemplo, se há dois objetos de mesma forma e cores diferentes e alguém constata a diferença entre eles é porque criou uma relação de diferença ao colocar os objetos em correlação. Outras relações poderiam ser estabelecidas por esta pessoa, como peso, quantidade, forma, podendo tornar os objetos similares ou não. Essas relações são exemplos de conhecimento lógico-matemático. Assim, é importante que os educadores dos anos iniciais do Ensino Fundamental sejam capazes de distinguir os três tipos de conhecimento e compreender que o entendimento dos conceitos aritméticos se dá através do conhecimento lógico-matemático.

A abstração é o caminho pelo qual a criança faz relações. Segundo a teoria de Piaget (1967/71) *apud* Kamii (1995), há dois tipos de abstração: a empírica e a construtiva. Na abstração empírica, a criança se preocupa apenas com uma característica do objeto e despreza as demais, como destacar apenas a cor de um objeto e ignorar o peso ou a forma. Esta abstração está presente na aquisição do conhecimento físico. Na abstração construtiva, a criança administra várias propriedades entre os objetos, estabelecendo relações, em sua mente, que não existem no mundo exterior. Este tipo de abstração favorece a construção do conhecimento lógico-matemático. Dessa forma, os conceitos numéricos são construídos pelas crianças através da abstração construtiva, e o professor deve ser esclarecido sobre este processo. É possível que muitos conteúdos sejam trabalhados de maneira equivocada com base na representação (conhecimento físico somente), causando dificuldades para a criança na construção dos conceitos aritméticos. Ao afirmar que o número de elementos é uma propriedade do conjunto, espera-se que a criança compreenda este conceito através da abstração empírica e não da construtiva. Kamii (1997) replica que:

Esta afirmação é um sério engano, pois conjuntos não *fazem* nada por si mesmos e não podem *ter* uma propriedade. É a criança que constrói os conceitos numéricos e os impõe aos conjuntos. (KAMII, 1997, p. 26)

Assim, ao trabalhar os conceitos básicos da Aritmética nos anos iniciais, é necessário avaliar o nível de abstração em que os alunos se encontram e considerar

que, na realidade psicológica da criança, nenhum dos dois tipos de abstração pode ocorrer sem o outro. Piaget (1960) *apud* Kamii (1997) propõe também que a criança constrói os conceitos numéricos sintetizando dois tipos de relações: de ordem e de inclusão hierárquica. Para exemplificar a relação de ordem, Kamii (1997) sugere a análise da tendência comum entre as crianças pequenas de contar objetos esquecendo-se de alguns e contar outros mais de uma vez. Na contagem de oito objetos, por exemplo, uma criança de quatro anos de idade, capaz de falar corretamente os números de um a dez, pode afirmar que existem dez objetos. Esta situação mostra que as crianças não sentem a necessidade lógica de colocar os objetos numa relação de ordem para garantir que não ocorrerá esquecimento ou excesso de contagem. A relação de ordem é a única forma de assegurar a contagem sem os equívocos citados. No entanto, a ordem não precisa ser espacial, o importante é que a pessoa ordene os elementos mentalmente.

A inclusão hierárquica é estabelecida por Piaget (1960) *apud* Kamii (1995) como a quantificação de uma coleção. Kamii (1997) explica que esta relação demonstra que a criança inclui mentalmente *um+em dois, dois+em três*, e assim por diante. Desse modo, aproveitando o exemplo acima, se for pedido à criança que indique os oito objetos e ela apontar apenas o último é porque esta relação ainda não foi construída. Piaget (1960) *apud* Kamii (1995) esclarece que:

Quando a criança coloca todos os tipos de elementos em todos os tipos de relações, seu pensamento está se tornando mais móvel. Um dos resultados dessa mobilidade crescente é a habilidade de fazer inclusões de classe. Outro é a construção da estrutura de número. (Piaget *apud* KAMII, 1995, p. 26)

A coordenação simultânea dessas relações é a essência do conhecimento lógico-matemático. A partir da teoria de Piaget percebe-se que é necessário um estudo aprofundado sobre a estrutura desse conhecimento, pois ele está intimamente ligado à construção da noção de número, dos sistemas numéricos e das operações fundamentais.

Almada (2010) destaca algumas implicações importantes da teoria de Piaget que têm a ver com a abordagem sobre o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático apresentada nesta pesquisa. São elas: aprender por descoberta, facilitar

em vez de direcionar a aprendizagem, considerar os conhecimentos da criança e o seu nível de pensamento, tornar a sala de aula um espaço de exploração e descoberta.

Piaget⁷, em seus estudos sobre crianças, descobriu que elas não raciocinam como os adultos. Esta descoberta o levou a recomendar aos adultos que adotassem uma abordagem educacional diferente ao lidar com crianças. Ele modificou a teoria pedagógica tradicional que, até então, afirmava que a mente de uma criança é vazia, esperando ser preenchida por conhecimento. Na visão de Piaget, as crianças são as próprias construtoras ativas do conhecimento, constantemente criando e testando suas teorias sobre o mundo.

Assim, os pressupostos teóricos desta pesquisa indicam alguns fatores que determinam as dificuldades das crianças em relação à compreensão dos conceitos aritméticos básicos e os caminhos para que a aprendizagem não se limite à utilização de procedimentos sem significado. Logo, é fundamental que o professor tenha essa compreensão.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Muitos questionamentos são feitos por professores e pesquisadores sobre as dificuldades das crianças em sua trajetória escolar, especialmente na aprendizagem da Matemática. Acontece que, mesmo com tantos argumentos a favor do estudo da Aritmética enfatizando conceitos e propriedades, algumas pesquisas apontam para o fato de que, na prática, os professores não atuam desta maneira, seja por desconhecimento ou por qualquer outro motivo. Segundo Pinto (2010), é importante que o ensino seja baseado em explicações claras sobre definição, propriedades e aplicações. Se a maturidade do pensamento matemático for respeitada, a educação terá mais chances de sucesso.

Este estudo pode ajudar os professores a refletirem sobre seus conhecimentos e sua prática em sala de aula, de modo que percebam que não é possível ajudar as crianças a adquirir conhecimentos e estudar as propriedades de

⁷ Resumo retirado e adaptado do site: www.10emtudo.com.br/artigos/Jean Piaget (1896-1980)

conceitos que eles próprios não compreendem. Os princípios do sistema de numeração decimal e das operações fundamentais podem ser mais facilmente entendidos pelas crianças, a partir da reflexão sobre os mesmos. E, embora a avaliação não seja o foco destas reflexões, é importante ressaltar que a desarticulação no ensino de tais conteúdos provoca também equívocos no processo de avaliação da aprendizagem. Isso acontece, pois os critérios estabelecidos para este momento estão de acordo com planos de ensino que não contemplam o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. Assim, o professor precisa aprofundar seus conhecimentos sobre os conteúdos que leciona e sobre estratégias de ensino, de maneira que seja capaz de conduzir adequadamente o processo de aprendizagem dos alunos.

O trabalho desenvolvido em sala de aula depende muito da relação que o professor tem com a Matemática. Neste estudo foi possível recompor, de forma simplificada, o percurso do desenvolvimento da abstração na infância, e chegar a informações que podem ajudar em pesquisas sobre o ensino da Matemática. Espera-se, então, que estas considerações contribuam de forma significativa para projetos voltados à formação de professores, provocando reflexões e debates a favor de um ensino da Matemática com qualidade, especialmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMADA, A. *Teorias de Piaget e Vygotsky: críticas e implicações educativas*. Disponível em: <www.notapositiva.com/trab_professores/te>. Acesso em: 22/05/2010.

BACHELARD, G. *A formação do espírito científico: Contribuição para uma psicanálise do conhecimento*. Tradução: Estela dos Santos Abreu. 7. ed. Rio de Janeiro: Contraponto, 2007.

BELLO, J. L. P. *A teoria básica de Jean Piaget*. Vitória: 1995. Disponível em: <www.pedagogiaemfoco.pro.br/per09.htm>. Acesso em: 21/05/2010.

DAMORE, B. *Elementos de Didática da Matemática*. São Paulo: Livraria da Física, 2007. 449 p.

GURGEL, T. *Formação inicial: Ao mesmo tempo, tão perto e tão longe*. Revista Nova Escola. São Paulo, n. 216, pp. 50-53, out. 2008.

KAMII, C. *Aritmética: Novas perspectivas . Implicações da Teoria de Piaget*. São Paulo: Papyrus, 1997. 237 p.

KAMII, C. *Desvendando a Aritmética: Implicações da Teoria de Piaget*. São Paulo: Papyrus, 1995. 299 p.

PATERLINI, R. R. *O ensino da Aritmética em cursos de licenciatura em Matemática*. UFSCar: 2002. Disponível em: <www.dm.ufscar.br/hp/hp591/.../hp591001.html>. Acesso em: 24/05/2009.

PINTO, V. L. L. S. *Formação matemática de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e suas compreensões sobre os conceitos básicos da Aritmética*. Duque de Caxias, 2010, 174p. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica). UNIGRANRIO, Duque de Caxias, 2010.

PINTO, V. L. L. S.; LOZANO, A. R. G. e SIQUEIRA, A. S. A abordagem dos conceitos aritméticos nos cursos de formação de professores dos anos iniciais da Educação Básica e suas implicações no Ensino da Matemática. *Cadernos de Educação*, Duque de Caxias, v. 9, pp. 117-140, 2012.

Recebido em 17 de fevereiro de 2014.

Aceito em 7 de março de 2014.